

حساب المساحات

مقدمة:

ثمة حاجة ماسة في كثير من الأحيان تكون لمعرفة مساحة قطعة أرض ذات حدود معينة، وربما تكون حدود هذه الأرض موقعة على خريطة بمقياس رسم معلوم، وثمة طرق مختلفة لإيجاد مساحة قطعة الأرض، بعضها يستخدم في إيجاد المساحة من الخريطة وبعضها يستخدم عند القياس المباشر على الطبيعة، وبعضها يناسب الحدود ذات الخطوط المستقيمة التي تشكل أشكال هندسية منتظمة وبعضها يناسب الحدود ذات الخطوط غير المنتظمة.

أما إيجاد المساحة من الخريطة فهي الطريقة الأكثر استعمالاً إذ أن القياسات المطلوبة كلها تتم من على لوحة الخريطة واستخدام مقياس رسم الخريطة إن كان معلوماً من دون الرجوع إلى الموقع، إلا أن عيب هذه الطريقة هو تراكم الأخطاء التي تنتج من توقيع الخريطة نفسها ومن القياس على الخريطة، ومع أن هذه المشكلة يمكن علاجها باستخدام الطريقة الثانية وهي أخذ القياسات من الموقع مباشرة إلا أن ذلك يتطلب تكلفة مادية وجهد عملي أكبر، ولذلك تظل الطريقة الأولى هي الأكثر استعمالاً.

أما التصنيف الآخر لإيجاد المساحة فهو الذي يتم بالنظر إلى طريقة حساب المساحة، وذلك يمكن أن يتم بالطرق الرياضية والتخطيطية والآلية، أما الطرق الرياضية فيمكن استخدامها مع القياسات التي تتم في الموقع على الأرض كما يمكن استخدامها مع القياسات التي تتم على الخريطة، وأما الطريقتان الأخريان وهما التخطيطية والآلية فلا بد من استخدامها مع الحدود الموقعة على الخريطة بالمقياس المعلوم.

الطرق الرياضية في حساب المساحة:

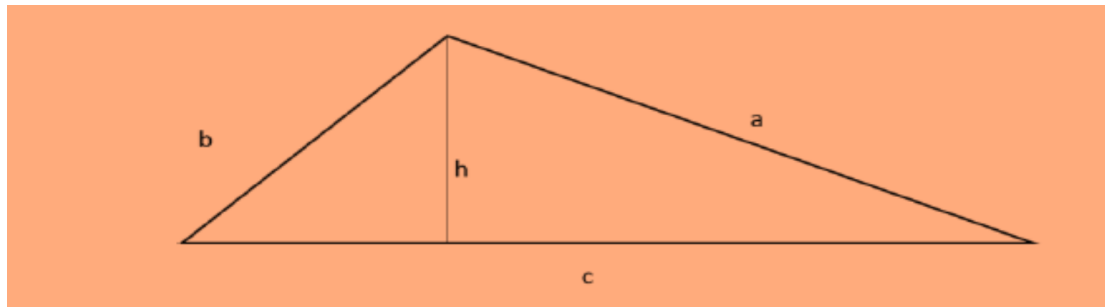
إذا كانت المنطقة تحد بحدود هندسية منتظمة فيمكن استخدام النموذج الرياضي المناسب للشكل الهندسي للحدود، أما إذا كانت لا تشكل حدوداً هندسية منتظمة فيمكن استخدام طرق رياضية يتم تطبيقها لإيجاد المساحة تقريبياً.

النماذج الرياضية للأراضي ذات الحدود المنتظمة:

ثمة نماذج رياضية تناسب المنطقة ذات الحدود الهندسية المنتظمة مثل تلك التي تشكل شكل مثلث أو مربع أو مستطيل أو معين أو متوازي أضلاع أو شبه منحرف أو أي شكل محدد بخطوط مستقيمة أو دائرية أو قطاع من دائرة أو أي تركيب من هذه الأشكال . وهي وإن كانت معلومة للطالب من دراسته السابقة للعلوم الرياضية إلا أننا سنقوم بتقديم بعض منها في هذا الباب.

المثلث:

- إذا تم قياس أضلاع المثلث الثلاثة (a,b,c) فإن مساحة المثلث (A) تحسب من القانون الرياضي الآتي:



قطعة الأرض على شكل مثلث أطوال أضلاعه a ، b ، c.

- إذا تم قياس قاعدة المثلث (أحد أضلاعه الثلاثة، c مثلا) وتم قياس العمود النازل عليها من الركن المقابل (ارتفاع المثلث h) فإن المساحة A تحسب من القانون الآتي:

$$A=0.5 c*h$$

- وإذا تم قياس طولي ضلعين متجاورين من المثلث (الضلعين a و b مثلا) والزاوية

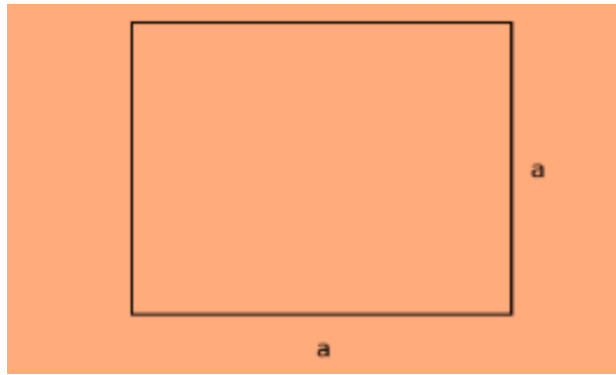
المحصورة بينهما C فإن المساحة A تحسب من العلاقة الآتية:

$$A=0.5 a*b*\sin c$$

الأشكال الهندسية غير المثلث:

- **المربع** : في الشكل إذا كان طول ضلع المربع يساوي a فإن مساحته تساوي الضلع في نفسه:

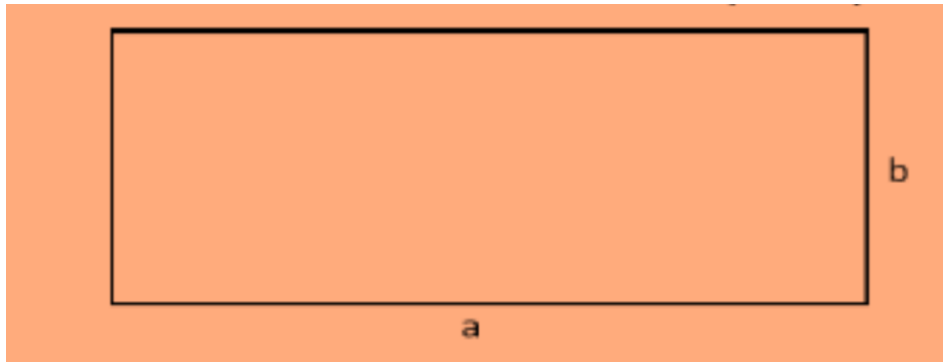
$$A=a^2$$



قطعة الأرض على شكل مربع طول ضلعه. a

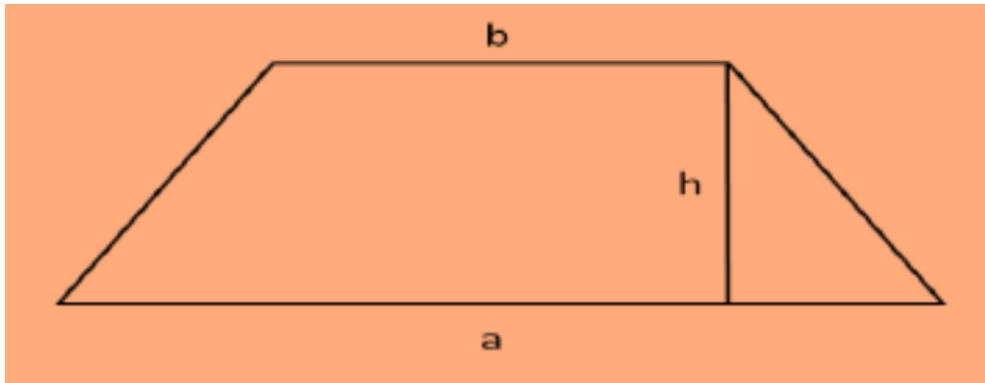
- **المستطيل** : إذا كان طوله يساوي a وعرضه يساوي b فإن مساحته A هي:

$$A=a*b$$



قطعة الأرض على شكل مستطيل.

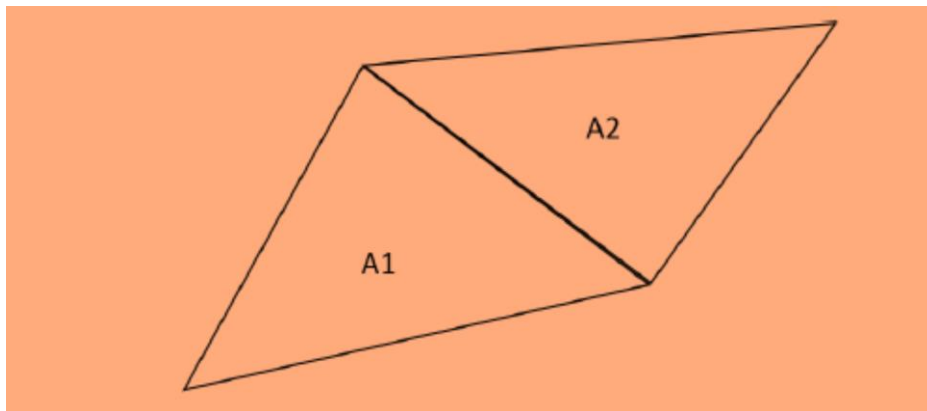
- **شبه المنحرف**: إذا كان طول القاعدة a وطول القاعدة الأخرى الموازية لها يساوي b وارتفاعه (المسافة بين القاعدتين) يساوي h فإن المساحة A هي:



قطعة الأرض على شكل شبه المنحرف

$$A=0.5*(a+b)*h$$

إذا كان شكل قطعة الأرض يمثل أي شكل هندسي مكون من أكثر من ثلاثة أضلاع مستقيمة الشكل ادناه مثل الشكل الرباعي أو الخماسي أو السداسي، فيمكن تقسيمه إلى مثلثات يتم قياس أضلاعها وحساب مساحة كل مثلث ثم جمع هذه المساحات لإيجاد المساحة الكلية.



قطعة الأرض ذات الحدود المستقيمة.

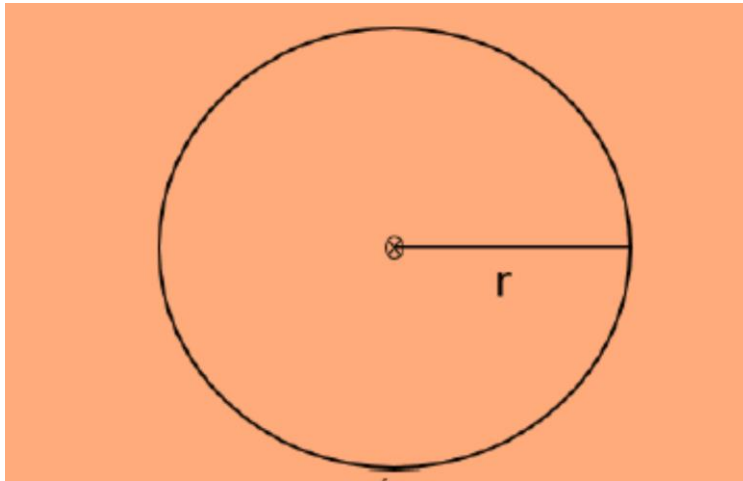
مساحة قطعة الأرض ذات الشكل الرباعي الذي يظهر في الشكل تساوي مجموع مساحتي المثلثين:

$$A=A_1+A_2$$

• الشكل الدائري:

مساحة الدائرة الشكل التي نصف قطرها r تحسب من العلاقة:

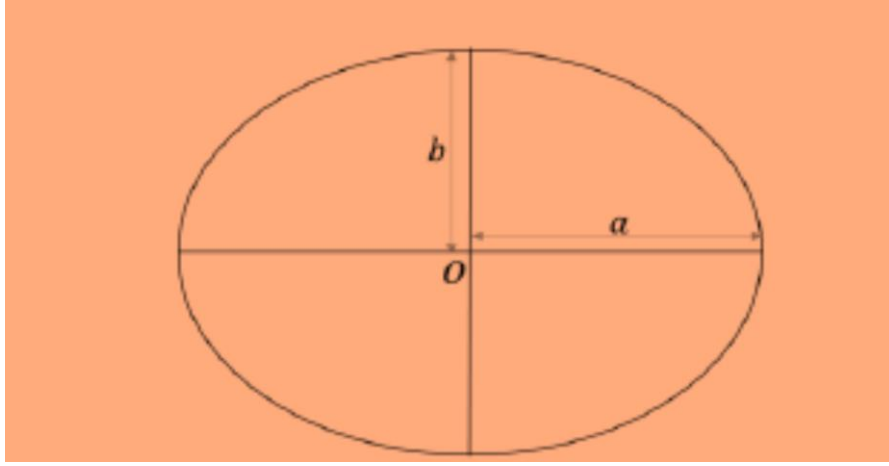
$$A=\pi*r^2$$



• القطع الناقص

مساحة القطع الناقص في الشكل الذي نصف قطره الكبير a ونصف قطره الصغير b تحسب من العلاقة:

$$A=\pi*(a*b) /4$$

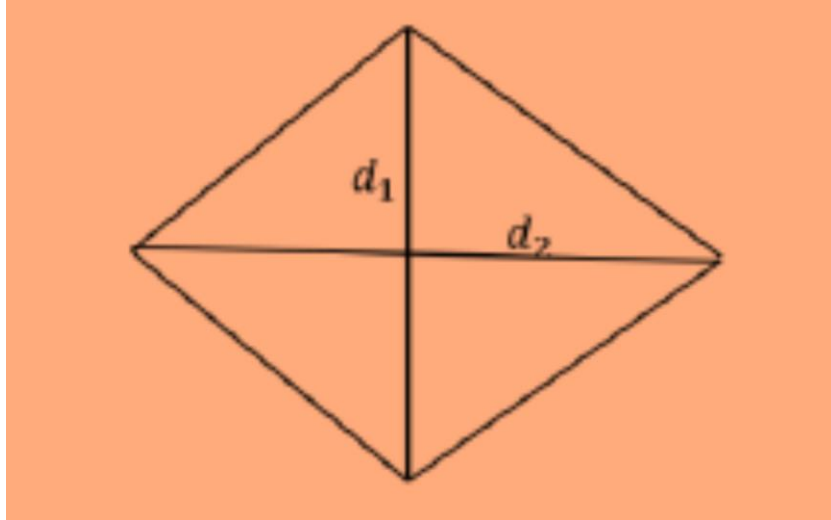


• المعين

مساحة المعين بالشكل أدناه الذي نصف قطره الأول d_1 وقطره الثاني d_2 يحسب

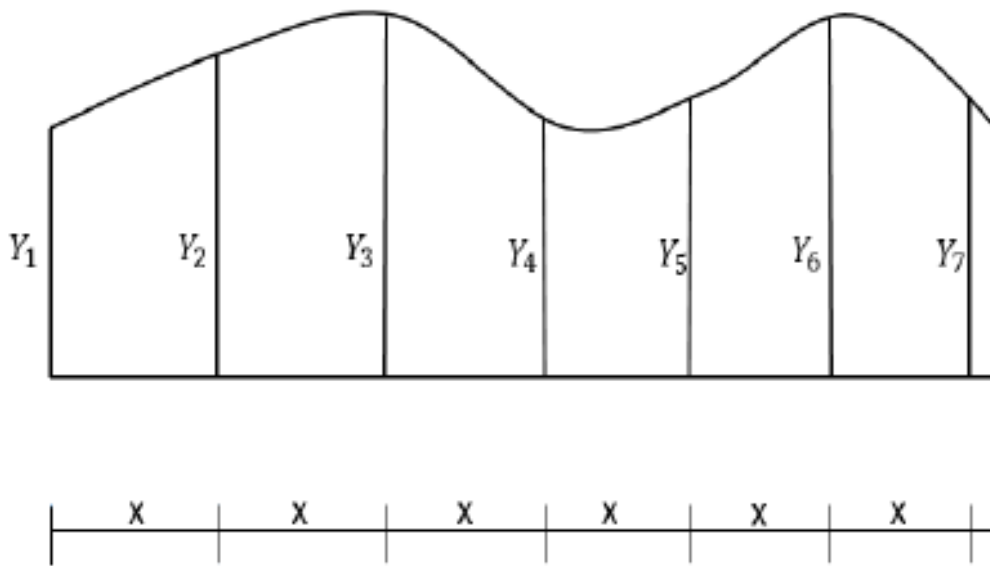
من العلاقة :

$$A = \frac{1}{2} * d_1 * d_2$$



• النماذج الرياضية للأراضي ذات الحدود غير المنتظمة:

في الكثير من الحالات تكون لقطعة الأرض حدود لا تتشكل من خطوط مستقيمة أو أقواس دائرية بحيث يمكن تطبيق النموذج الرياضي المناسب كما تم في الفقرة السابقة. في هذه الحالة نقوم بمد محور على طول المنطقة ونقيم عليه أعمدة - على مسافات متساوية - إلى حدود الأرض كما يتضح في الشكل



إذا علمنا المسافة بين كل عمود والذي يليه x (مثلاً) وبقياس أبعاد هذه الأعمدة من حدود المنطقة (Y_i) لكل عمود i من 1 إلى n عمود $n=7$ في الشكل أعلاه يمكن حساب المساحة حساباً تقديرياً بالطريقة التي توائم شكل حدود المنطقة من الطرق الآتية:

• طريقة متوسط أطوال الأعمدة:

نحسب أ ولا متوسط أطوال الأعمدة Y من العلاقة:

$$Y = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n}{n}$$

ومن ثم نحسب المساحة A من العلاقة الآتية:

المساحة الكلية = متوسط أطوال الأعمدة * [y] طول المحور [x * (n - 1)]

$$A=Y*(x*(n-1))$$

• طريقة أشباه المنحرفات:

وهذه الطريقة أكثر دقة من الأولى، و نعد فيها أن كل مساحة بين عمودين هي مساحة شبه منحرف، فمثلاً مساحة الجزء الأول من اليسار هي:

$$A_1 = x * \frac{Y_1+Y_2}{2}$$

ومساحة الجزء الثاني هي:

$$A_2 = x * \frac{Y_2+Y_3}{2}$$

ومساحة الجزء الأخير هي:

$$A_{n-1} = x * \frac{Y_{n-1}+Y_n}{2}$$

وبجمع مساحات كل الأجزاء التي تكون المنطقة نوجد المساحة :

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{n-1}$$